

---

# 単位と次元

---

高知工科大学 工学部 システム工学群（電子系）

橘 昌良

初版 2013-04-03

## Chapter 1

# 単位とその次元

### 1.1 SI 単位系

国際単位系の名前のフランス語表現である Le Système International d'Unités の頭文字をとって、SI 単位系と呼ばれる。SI 単位系は十進法を原則とした最も普遍的な単位系である。略称がフランス語にもとづいているのはメートル法がフランスの発案によるという歴史的経緯による。

SI 単位系はメートル条約に基づきメートル法のなかで広く使用されていた MKS 単位系を拡張したもので、Table.1.1 に示される 7 つの基本単位を組み合わせることですべての物理量の単位を表現する。(MKS 単位系は長さ：メートル (m)、質量：キログラム (kg)、時間：秒 (s) を用い、3 つの単位の組み合わせでいろいろな量の単位を表現していた)

かつては、原器と呼ばれる単位の基準を作る事で単位を定義していたが、現在では質量以外の単位は物理法則を用いて定義されている。このため、基準は定義が変わらない限り常に一定である。質量の単位がグラム (g) でなく、1000 を表す接頭語キロ (k) のついたキログラム (kg) となっているのは、歴史的な経緯によるものである。なお、SI 基本単位のアンペア、ケルビンが人名に由来している。

Table. 1.1 SI 基本単位

量	基本単位	記号
時間	秒	s
長さ	メートル	m
質量	キログラム	kg
電流	アンペア	A
熱力学温度	ケルビン	K
物質質量	モル	mol
光度	カンデラ	cd

#### 1.1.1 SI 組み立て単位

Table.1.1 にない単位は、SI 基本単位の組み合わせで表現する。これを組み立て単位という。組み立て単位の例を Table.1.2 に示す。この表のように組み立て単位は基本単位の積の形であらわされ、これを単位の次元と呼ぶ。屈折率、比透磁率が無次元なのは、この二つが比率

を表しているからである。

Table. 1.2 SI 組み立て単位の例 ( 1 )

組み立て量	名称	単位
面積	平方メートル	$m^2$
体積	立法メートル	$m^3$
速さ・速度	メートル毎秒	$m/s$ ( $m \cdot s^{-1}$ )
加速度	メートル毎秒毎秒	$m/s^2$ ( $m \cdot s^{-2}$ )
密度・質量密度	キログラム毎立法メートル	$kg/m^3$ ( $kg \cdot m^{-3}$ )
面密度	キログラム毎平方メートル	$kg/m^2$ ( $kg \cdot m^{-2}$ )
電流密度	アンペア毎平方メートル	$A/m^2$ ( $A \cdot m^{-2}$ )
磁界の強さ	アンペア毎メートル	$A/m$ ( $A \cdot m^{-1}$ )
輝度	カンデラ毎平方メートル	$cd/m^2$ ( $cd \cdot m^{-1}$ )
屈折率	(無次元)	1
比透磁率	(無次元)	1

SI 単位系の組み立て単位には固有の名称と記号で表されるものが 22 個ある。そのような単位の一部を Table.1.3 に示す。この表には、放射線の強さや吸収量に関わる単位と酵素活性に関わる単位を除く 18 個が載せてある。電気 / 電子 / 光に関連するほとんどの単位は組み立て単位である。この表において、「表現 1」は組み立て単位を主に用いて表した表現、「表現 2」は基本単位の積のみで表した表現である。また、「表現 2」において無次元は「1」と表現されている。

これらの単位の名前は、単位が表す物理量に関する研究を行なった科学者に由来するものが多く、この表では、ラジアン、ステラジアン、ルーメン、ルクスを除く 14 個は人名に由来している。なお、この表において圧力は応力、エネルギーは仕事または熱量、電力は仕事率、電荷は電気量、電圧と電位差は起電力と同じものである。

この表の中で、平面角をあらわすラジアンと立体角をあらわすステラジアンが無次元となっている。ラジアンは円の半径と円弧の長さの比により定義されるので、 $m/m$  より無次元となる。また、ステラジアンは球の半径の 2 乗と球の原点を頂点とする円錐が切り取った表面積の比により定義されるので、 $m^2/m^2$  より無次元となる。なお、全平面角は半径 1 の円の円周長である  $2\pi[\text{rad}]$ 、全立体角は半径 1 の球の表面積である  $4\pi[\text{sr}]$  である。

固有の名称をもつ組み立て単位を使った組み立て単位の例を Table.1.4 に示す。

Table. 1.3 SI 組み立て単位 (固有の名称と記号で表されるもの)

組み立て量	単位の名称	名称 ( 英文 )	記号	表現 1	表現 2
平面角	ラジアン	radian	rad	( 無次元 )	1
立体角	ステラジアン	steradian	sr	( 無次元 )	1
周波数	ヘルツ	hertz	Hz		$s^{-1}$
力	ニュートン	newton	N		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
圧力	パスカル	pascal	Pa	$N/m^2$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
エネルギー	ジュール	joule	J	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
電力	ワット	watt	W	$J/s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
電荷	クーロン	coulomb	C		$s \cdot A$
電圧 ( 電位差 )	ボルト	volt	V	$W/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
静電容量	ファラッド	farad	F	$C/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
電気抵抗	オーム	ohm	$\Omega$	$V/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
コンダクタンス	シーメンス	siemens	S	$A/V$	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
磁束	ウェーバ	weber	Wb	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
磁束密度	テスラ	tesla	T	$Wb/m^2$	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
インダクタンス	ヘンリー	henry	H	$Wb/A$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
セルシウス温度 ( 摂氏 )	セルシウス度	degree celsius	$^{\circ}C$		K
光束	ルーメン	lumen	lm	$cd \cdot sr$	cd
照度	ルクス	lux	lx	$lm/m^2$	$m^{-2} \cdot cd$

Table. 1.4 SI 組み立て単位の例 ( 2 )

組み立て量	名称	記号
角速度	ラジアン毎秒	rad/s
角加速度	ラジアン毎秒毎秒	rad/s <sup>2</sup>
熱容量・エントロピー	ジュール毎ケルビン	J/K
熱伝導率	ワット毎メートル毎ケルビン	W/(m·K)
電界の強さ	ボルト毎メートル	V/m
電荷密度	クーロン毎立方メートル	C/m <sup>3</sup>
表面電荷	クーロン毎平方メートル	C/m <sup>2</sup>
電束密度・電気変位	クーロン毎平方メートル	C/m <sup>2</sup>
誘電率	ファラッド毎メートル	F/m
透磁率	ヘンリー毎メートル	H/m
伝導率	ジーメンス毎メートル	S/m
電気抵抗率	オーム・メートル	$\Omega \cdot m$

## Chapter 2

# 電気 / 電子 / 光に関わる単位

### 2.1 電気 / 電子 / 光に関わる単位の次元

SI 単位系での電気 / 電子 / 光に関わる単位の次元に付いて簡単に説明する．SI 基本単位には電流をあらわすアンペア (A) と光の強さである光度をあらわすカンデラ (cd) が含まれている．この二つの単位と仕事率をあらわすワット (W) により，力学的な単位と電子 / 電気と光に関わる単位が結びつけられている．ここでは，単位間の関係を単位の次元の掛け算と割り算のみであらわすが，SI 単位系はそこに 1 以外の係数が生じないように構成されているので，単位の次元の掛け算と割り算の結果がそのまま別の単位となる．

光度をあらわすカンデラは単色光 (540THz) の放射強度により定義される．放射強度は W/sr が単位であり，これにより仕事率 (W) と光度 (cd) が結びつけられる．なお，540THz 以外の周波数の光については人間の視覚感度にもとづいた分光感度効率曲線により補正して求めることになっている．カンデラ以外の光に関わる単位もカンデラから求められる．

力学系で仕事率をあらわす単位ワット ( $W = J/s = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$ ) は電子 / 電気系では電力をあらわす単位であり，電圧  $\times$  電流である．ここで，電流の単位アンペア (A) が基本単位に含まれるので，電圧 (V) の次元が長さ (m) と質量 (kg) と時間 (s) と電流 (A) によって  $V = W/A = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$  のように表現できることになる．

仕事率と電力の関係は次のように考えることが出来る．電線の両端に電圧をかけると電流が流れ，熱エネルギーが発生する．そのエネルギーはジュール (J) であらわすことが出来る．さらに，1 秒あたりの発熱エネルギーを求めるとそれは仕事率 (J/s) になる．この値は，電圧と電流の積に等しい．そこで，電圧と電流の積を「電力」と呼ぶことにすると，「電力」は単位時間あたりの (熱) エネルギーに等しくなる．つまり，電力と仕事率は同じものであり，同じ単位ワット (W) を使って表現できる．

電力と電圧を SI 基本単位であらわすことが出来ると，それらにもとづいて，電気抵抗，電荷，磁束が表現できるようになる．電荷と磁束が表現できれば，電流，電圧からキャパシタンス，インダクタンスも表現できる．

- 仕事率と電力はおなじ単位であらわすことが出来る．

$$W = J/s = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \quad (2.1)$$

- 電力は電圧と電流の積である．したがって，電圧 = 電力 ÷ 電流となる．

$$V = W/A = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1} \quad (2.2)$$

- 電圧は電気抵抗と電流の積である．したがって，電気抵抗 = 電圧 ÷ 電流となる．

$$\Omega = V/A = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2} \quad (2.3)$$

- 電流は単位時間あたりに移動する電荷であるので，電流 = 電荷 ÷ 時間となる．したがって，電荷 = 時間 × 電流である．

$$C = \text{s} \cdot \text{A} \quad (2.4)$$

- 静電容量（キャパシタンス）はある物体に電圧を加えたときに蓄えることの出来る電荷をあらわすので静電容量 × 電圧 = 電荷である．したがって，静電容量 = 電荷 ÷ 電圧となる．

$$F = C/V = \text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2 \quad (2.5)$$

- ファラデーの電磁誘導の法則より，単位時間あたりの磁束の変化により起電力が生じるので，磁束 ÷ 時間 = 電圧である．したがって，磁束 = 電圧 × 時間となる．また，磁束密度は磁束を面積で割ったものである．

$$\text{Wb} = V \cdot \text{s} = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1} \quad (2.6)$$

$$T = \text{Wb}/\text{m}^2 = \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1} \quad (2.7)$$

- インダクタンスはある物体に流れる電流の変化により生じる磁束の変化をあらわすので，インダクタンス × 電流 = 磁束である．したがって，インダクタンス = 磁束 ÷ 電流でとなる．

$$H = \text{Wb}/A = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2} \quad (2.8)$$

以上により Table.1.3 にある単位のうちで，電気 / 電子に関わるものをすべて SI 基本単位により表現できた．

## 2.2 単位の次元と物理量を表す式

ここでは，電気 / 電子回路で使われるいろいろな式について，式の表す物理量と単位の次元の関係を考える．

### 2.2.1 インピーダンス

インダクタ，キャパシタのインピーダンスはそれぞれ  $j\omega L$ ， $1/j\omega C$  であらわされるが，これらの値が抵抗の次元であることを確かめる． $\omega$  の次元は  $\text{s}^{-1}$  であるので，

$$j\omega L \rightarrow \text{s}^{-1} \times \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2} = \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2} \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{j\omega C} \rightarrow \frac{1}{s^{-1} \times m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \quad (2.10)$$

となり，抵抗の次元を持つことが確かめられた．講義などでは天下一に「 $j\omega L$ ， $1/j\omega C$ をインダクタ，キャパシタのインピーダンスと呼ぶ．」というような説明をされることが多いと思われるが，これらは抵抗の次元をもつ虚数であるので，この表現は正しいことがわかる．

## 2.2.2 時定数

つぎに時定数と呼ばれる  $RC, L/R, \sqrt{LC}$  がどのような次元を持つかを考える．まず， $RC$  の次元は，

$$RC \rightarrow m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2} \times m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2 = s \quad (2.11)$$

より，時間の次元を持つことがわかる．同様に， $L/R$ ， $\sqrt{LC}$  についても，

$$\frac{L}{R} \rightarrow \frac{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}}{m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}} = s \quad (2.12)$$

$$\sqrt{LC} \rightarrow \sqrt{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2} \times m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2} = \sqrt{s^2} = s \quad (2.13)$$

となり，いずれも時間の次元を持つことがわかる．以上のように時定数 ( $RC, L/R, \sqrt{LC}$ ) の次元はすべて時間となる．したがって，時定数の単位は時間 (s) である．これが， $\omega = 1/RC$  のような置き換えを行なう根拠になっている．

## 2.2.3 PN接合ダイオードの順方向電流

PN接合ダイオードの電圧 / 電流特性は， $I_s$  を飽和電流とすると

$$I = I_s \left( \exp\left(\frac{V}{V_t}\right) - 1 \right) \quad (2.14)$$

であらわされる．ここで，

$$V_t = \frac{k \cdot T}{q} \quad (2.15)$$

である．ただし， $k$  はボルツマン定数， $T$  は絶対温度， $q$  はキャリアの電荷である．

$V_t$  がどのような次元を持つか考えてみる．ボルツマン定数の次元は  $J \cdot K^{-1}$  であるので，

$$\frac{k \cdot T}{q} \rightarrow \frac{J \cdot K^{-1} \times K}{C} = \frac{m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot K^{-1} \cdot K}{s \cdot A} = m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1} \quad (2.16)$$

となり， $V_t$  は電圧の次元を持つことがわかる．したがって， $V/V_t$  は無次元である．

無次元の値をとる指数関数の値はやはり無次元であると考えてよいので，(2.14) の右辺の次元は  $I_s$  が電流をあらわすので電流である．また，左辺はダイオードに流れる電流をあらわすので，(2.14) は右辺，左辺ともに電流をあらわす式になっていることがわかる．

## Chapter 3

# その他

### 3.1 単位の換算

SI 単位系の併用単位，および SI 単位系にはない単位であるが日常的に使用される単位を Table.3.1 に示す．

### 3.2 物理単位につく接頭語

物理量が単位の基準となる値に対して桁違いに大きかったり，小さかったりする場合には，接頭語を単位の前につける．この接頭語は国際規格により  $10^{24}$  から  $10^{-24}$  までの範囲で Table.3.2 のように定められている．また，接頭語をつけることで値の整数部分は 3 桁以内になる．したがって，100 万 kW というような表現は (SI 単位系としては) おかしな表現である．

物理量を表すときは接頭語のみで使われことはない．日常会話では 1k が 1km，1kg などの意味で使用されているが，このような場合の物理量 (単位) は文脈依存であり正確には単位をつけるべきである．また，接頭語が 2 つ以上重ねて用いられることもない．この表の範囲で表現できないときは， $\times 10^{+30}$  とか  $\times 10^{-30}$  のような指数表現を使用する．

なお，ロジック回路やコンピュータの世界では k を  $2^{10}$ ，M を  $2^{20}$ ，G を  $2^{30}$ ，T を  $2^{40}$  などをあらかず接頭語として使用するが，一般の物理量の接頭語としての k，M，G，T とは値が異なるので注意が必要である．

### 3.3 数学, 物理定数等

回路の各種の計算を行なう際に必要となりそうな数学，物理定数を Table.3.3 にまとめた．ここで，光の速度，真空の誘電率，真空の透磁率はいずれも定義値である．また，( ) 内の 2 桁の数字は表示されている値の最後の 2 桁についての不確かさをあらわす．たとえば，万有引力定数の値の表記は， $(6.674\ 28 \pm 0.00067) \times 10^{-11}$  を意味する．



Table. 3.1 単位の換算

名称	単位	記号	SI 単位との関係など
ベル	比率	B	(無次元)
オクターブ	比率	oct	(無次元) 1/2 または 2 倍
ディケード	比率	dec	(無次元) 1/10 または 10 倍
パーセント	比率	%	(無次元) 1/100
パーミル	比率	‰	(無次元) 1/1000
ppm (parts per million)	比率	ppm	(無次元) 1/10 <sup>6</sup>
ppb (parts per billion)	比率	ppb	(無次元) 1/10 <sup>9</sup>
ppt (parts per trillion)	比率	ppt	(無次元) 1/10 <sup>12</sup>
オングストローム	長さ	Å	= 1 × 10 <sup>-10</sup> m = 0.1nm
フィート (feet)	長さ	ft	= 12in = 0.3048m
インチ (inch)	長さ	in	= 1/12in = 25.4mm
ミル (mil)	長さ	mil	= 1/1000in = 0.0254mm
マクスウェル	磁束	Mx	= 10 <sup>-8</sup> Wb
ガウス	磁束密度	G	= 10 <sup>-4</sup> T
エルステッド	磁界の強さ	Oe	= (1000/4π)A/m
度	角度	°	= π/180rad ≐ 17.453 293mrad
分	角度	'	= 1°/60 ≐ 0.290 888mrad
秒	角度	"	= 1°/3600 ≐ 4.848 137μrad
ファーレンハイト度	温度	°F	(華氏) T[°F] = 1.8·T[°C] + 32
分	時間	min	= 60s
時間	時間	h	= 60min = 3 600s
日	時間	d	= 24h = 1440min = 86 400s
気圧	圧力	atm	= 101325Pa = 1013.25hPa
バール	圧力	bar	= 1 × 10 <sup>5</sup> Pa
水銀柱ミリメートル	圧力	mmHg	760mmHg = 1atm
カロリー	エネルギー	cal	= 4.184J
馬力 (英)	仕事率	HP	≐ 745.700W
馬力 (仏)	仕事率	PS	= 735.498 75W
メートルキログラム	力のモーメント	m·kg	≐ 0.101 971 621N · m
rpm(rotation per minute)	角速度	rpm	≐ 0.104 720 rad/s

Table. 3.2 SI 接頭語表

接頭語	記号	乗数	読み	語の意味
Y	$10^{24}$	yotta	ヨタ	8
Z	$10^{21}$	zetta	ゼタ	7
E	$10^{18}$	exa	エクサ	6
P	$10^{15}$	peta	ペタ	5
T	$10^{12}$	tera	テラ	怪物
G	$10^9$	giga	ギガ	巨人
M	$10^6$	mega	メガ	大量
k	$10^3$	kilo	キロ	1000
h	$10^2$	hecto	ヘクト	100
da	$10^1$	deca	デカ	10
d	$10^{-1}$	deci	デシ	10
c	$10^{-2}$	centi	センチ	100
m	$10^{-3}$	miri	ミリ	1000
$\mu$	$10^{-6}$	micro	マイクロ	微小
n	$10^{-9}$	nano	ナノ	小人
p	$10^{-12}$	pico	ピコ	先端
f	$10^{-15}$	famto	ファミト	15
a	$10^{-18}$	atto	アト	18
z	$10^{-21}$	zepto	セプト	7
y	$10^{-24}$	yocto	ヨクト	8

Table. 3.3 数学/物理定数

名称	記号	定数	単位
円周率	$\pi$	3.141 592 653 589 793 ...	
自然対数の底	$e$	2.718 281 828 459 045 ...	
光の速度	$c$	$2.997\,924\,58 \times 10^8$	m/s
真空の誘電率	$\epsilon_0$	$8.854\,187\,82 \dots \times 10^{-12}$	F/m
真空の透磁率	$\mu_0$	$1.256\,637\,06 \dots \times 10^{-6}$	H/m
電子の電荷 (電気素量)	$e$	$1.602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$	C
電子の質量	$m_e$	$9.109\,381\,88(72) \times 10^{-31}$	kg
1eV のエネルギー		$1.602\,176\,487(40) \times 10^{-19}$	J
ボルツマン定数	$k$	$1.380\,650\,4(24) \times 10^{-23}$	J · K <sup>-1</sup>
アボガドロ定数	$N_A$	$6.022\,141\,79(30) \times 10^{23}$	mol <sup>-1</sup>
氷点の絶対温度		273.15	K
万有引力定数	$G$	$6.674\,28(67) \times 10^{-11}$	N · m <sup>2</sup> · kg <sup>-2</sup>